

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۴

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۰۷



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳



ریاضی (۱)

۱- در یک اداره با ۲۰۰ کارمند، ۱۲۰ نفر مجرد و ۸۰ نفر تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر ۶۰ نفر متأهل و فاقد تحصیلات دانشگاهی باشند، چند نفر از تحصیل کرده‌ها مجردند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۶۰ (۴) ۵۰

۲- اگر A متناهی و B' نامتناهی باشد، کدام مجموعه لزوماً متناهی است؟

- (۱) A' (۲) $A' \cap B'$ (۳) B (۴) $B' - A'$

۳- در دنباله $a_n = \left(\frac{-1}{p}\right)^n + \frac{n}{100}$ چند جمله منفی وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴- کوچک‌ترین جمله دنباله $a_n = 3n^2 - 15n + 10$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۸ (۳) -۹ (۴) ۳

۵- در دنباله حسابی $\dots, \frac{5}{3}, \frac{4}{3}, 1, \dots$ جمله اول را با $\frac{1}{p}$ ، جمله دوم را با $\frac{-1}{p}$ ، جمله سوم را با $\frac{-3}{p}$ و ... جمع می‌کنیم. در دنباله جدید جمله سیزدهم کدام است؟

- (۱) $-6/5$ (۲) $6/5$ (۳) $7/5$ (۴) $-7/5$

۶- تفاضل جمله نهم از جمله شانزدهم یک دنباله حسابی برابر $3/5$ است. اگر مجموع جملات هشتم و هجدهم برابر با 34 باشد، جمله دهم دنباله کدام است؟

- (۱) $15/5$ (۲) $16/5$ (۳) $14/5$ (۴) $17/5$

۷- بین دو عدد $\frac{-1}{81}$ و $4, 729$ واسطه هندسی درج کرده‌ایم. مجموع واسطه‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{-657}{9}$ (۲) $\frac{-655}{9}$ (۳) $\frac{-656}{9}$ (۴) $\frac{-658}{9}$

۸- در دنباله هندسی افزایشی a_n با جملات مثبت، جملات $a_3, 2a_4, a_{11}$ سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی‌اند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (۳) $1 + \sqrt{3}$ (۴) $\sqrt[4]{4 - \sqrt{3}}$

محل انجام محاسبات



۹- پریسا به فاصله ۵ متر از یک دیوار ایستاده است و به تابلویی روی دیوار نگاه می‌کند. اگر زاویه رویت بالا و پایین تابلو به ترتیب 53° و 45°

نسبت به سطح افق باشد، عرض تابلو چند متر است؟ ($\sin 53^\circ \approx 0.8$)

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{25}{9}$ (۳) $\frac{2^\circ}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۱۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 60^\circ$ و $AB = 4$ و $BC = 4\sqrt{7}$ است. مساحت مثلث چقدر است؟

(۱) $24\sqrt{3}$ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) $12\sqrt{3}$

۱۱- اگر $P(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$ روی دایره مثلثاتی باشد و θ زاویه بین OP و جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل $\frac{\tan\theta + \cot\theta}{\sin\theta}$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $-\frac{5\sqrt{5}}{4}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$

۱۲- اگر x در ربع دوم و $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x - \cot^2 x$ چقدر است؟

(۱) $\frac{9\sqrt{17}}{16}$ (۲) $\frac{9\sqrt{17}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{17}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{17}}{16}$

۱۳- اگر $a = (\delta^x)^{x^{2x}}$ باشد و به ازای $x = 2$ ، ریشه n ام a برابر با ۲۵ باشد، n کدام است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

۱۴- اگر $A^2 = \frac{3\sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{6}}}{2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}}$ باشد، $\frac{A}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{15\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt[4]{675}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{675}}{3}$ (۴) $\frac{15\sqrt[4]{3}}{3}$

۱۵- اگر x و y اعداد مثبت، $x - y = 7$ و $x^3 - y^3 = 721$ باشد، $x + y$ کدام است؟

(۱) ۱۷ (۲) $\sqrt{85}$ (۳) $\sqrt{18}$ (۴) ۱۱

۱۶- در حل معادله $x(x + \frac{1}{y}) - \frac{1}{y} = x$ به روش مربع کامل، در طرف دوم تساوی از چه عددی جذر می‌گیریم؟

(۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{7}{16}$

۱۷- بزرگ‌ترین جواب معادله درجه دوم $(x+1)^2 - 2\sqrt{3}(x+1) = 6$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3} + 2$ (۲) $\sqrt{3} + 3$ (۳) $\sqrt{3} + 4$ (۴) $\sqrt{3} + 1$

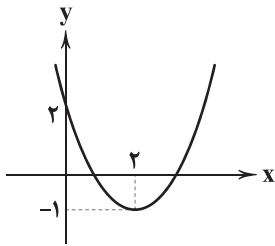
۱۸- اگر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ فقط از ناحیه دوم مختصاتی عبور نکند، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) $ab > c$ (۲) $ac > b$ (۳) $a + c < b$ (۴) $\frac{b}{2} < \sqrt{ac}$

محل انجام محاسبات



۱۹- معادله سهمی زیر کدام است؟



$$y = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 2 \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + 2 \quad (3)$$

$$y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2 \quad (4)$$

۲۰- اگر عبارت $P(x) = \frac{x-2}{2x+1}$ به ازای a ، مثبت و به ازای $(a+1)$ ، منفی باشد، مقدار صحیح a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) -۲

هندسه (۱)

۲۱- نقطه A به فاصله ۶ واحد از خط d قرار دارد. چند مثلث متساوی الساقین به رأس A و مساحت ۱۲ واحد مربع می توان رسم کرد که قاعده مثلث روی خط d قرار داشته باشد؟

- (۱) صفر (۲) بی شمار (۳) ۲ (۴) ۱

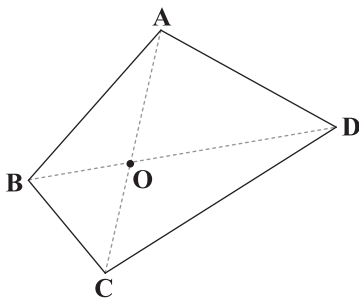
۲۲- دایره C به مرکز O بر هر سه ضلع از مثلث ABC مماس است. اگر محیط و مساحت مثلث به ترتیب ۱۸ و $6\sqrt{3}$ باشد، شعاع دایره چقدر است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

۲۳- در مثلث ABC ، $AB=9$ و $AC=7$ است. اگر نیمساز \hat{A} ضلع BC را به دو پاره خط تقسیم کند که تفاضل طول آن ها ۱ واحد باشد، مجموع طول میانه های مثلث کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۱۰

۲۴- در چهارضلعی $ABCD$ ، $AB=AD$ و $BC < CD$ است. کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟



$$AB > OB \quad (1)$$

$$OB > OC \quad (2)$$

$$\hat{B} > \hat{D} \quad (3)$$

$$AB > OA \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۲۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر مثال نقض دارد؟

(آ) به ازای هر عدد طبیعی، $n^2 - n + 29$ عددی اول است.

(ب) اگر n عددی صحیح و n^2 فرد باشد، آن‌گاه n فرد است.

(پ) محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث روی اضلاع یا داخل مثلث است.

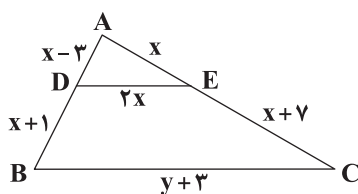
(ت) مجموع هر دو عدد اول، عددی زوج است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۶- اگر x ، y و z اندازه زوایای یک مثلث باشد، به طوری که $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{3}$ باشد، حاصل $z+y-x$ کدام است؟

(۱) ۵۲ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۱۰۶

۲۷- در شکل زیر DE موازی BC است. مقدار y کدام است؟



(۱) ۳۹

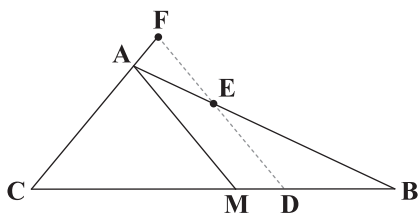
(۲) ۴۲

(۳) ۷

(۴) ۱۱

۲۸- در شکل زیر AM میانه ABC است و D نقطه‌ای دلخواه روی BM می‌باشد. از نقطه D پاره‌خطی موازی AM رسم می‌کنیم تا AB را در

نقطه E و امتداد AC را در نقطه F قطع کند. اگر $AC = \frac{5}{7} AB$ باشد، نسبت AF به AE کدام است؟



(۱) $\frac{3}{7}$

(۲) $\frac{4}{3}$

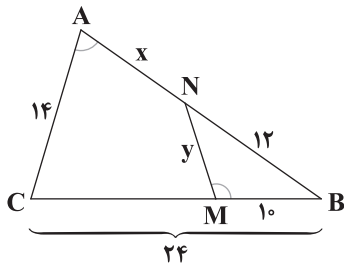
(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{7}$

محل انجام محاسبات



۲۹- در شکل زیر $\hat{B}MN = \hat{A}$ است. حاصل $y + x$ کدام است؟



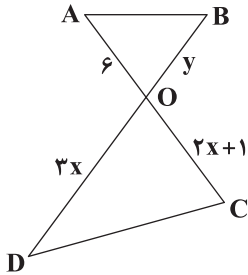
۱۴ (۱)

۱۳ (۲)

۱۵ (۳)

۱۶ (۴)

۳۰- در شکل زیر دو مثلث ABO و CDO متشابه‌اند. اگر AB و CD موازی نباشند و نسبت مساحت مثلث‌ها ۱۸ باشد، طول چقدر است؟



$$۸ + \frac{۱۰۹\sqrt{۲}}{۶} \quad (۱)$$

$$۴ + \frac{۱۰۹\sqrt{۲}}{۶} \quad (۲)$$

$$۸ + \frac{۱۰۷\sqrt{۲}}{۶} \quad (۳)$$

$$۴ + \frac{۱۰۷\sqrt{۲}}{۶} \quad (۴)$$



۳۱- کدام گزینه درست است؟

$$4 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} = 2/4 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \quad (2)$$

$$4 \mu\text{m}^2 = 4 \times 10^4 \text{nm}^2 \quad (1)$$

$$10 \frac{\text{L}}{\text{s}} = 3/6 \times 10^5 \frac{\text{mL}}{\text{h}} \quad (4)$$

$$1 \frac{\text{g}}{\text{L}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (3)$$

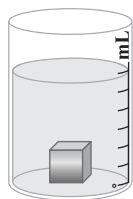
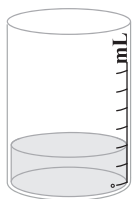
۳۲- منبعی استوانه‌ای شکل به شعاع قاعده $100\sqrt{2} \text{cm}$ تا ارتفاع 1m از آب پر شده است. اگر بخواهیم به شکل یکنواخت این منبع را به گونه‌ایتخلیه کنیم که بعد از یک ساعت منبع تخلیه شده باشد، در هر دقیقه چند لیتر آب باید از منبع خارج شود؟ ($\pi = 3$)

۰/۱ (۴)

۶ (۳)

۶۰۰۰ (۲)

۱۰۰ (۱)

۳۳- مطابق شکل زیر، یک قطعه فلز به جرم 270g را درون استوانه‌ای مدرج حاوی آب به سطح مقطع 3cm^2 می‌اندازیم و حجم آب تا جاینشان داده شده بالا می‌آید. اگر چگالی فلز و آب به ترتیب $9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ باشد، دقت اندازه‌گیری این استوانه مدرج چند سانتی‌متر مکعب است؟

۱ (۱)

۱۰ (۲)

۲/۵ (۳)

۷/۵ (۴)

۳۴- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح نیست؟

الف) ترتیب تغییر مدل اتمی در طول زمان به صورت «دالتون - تامسون - رادرفورد - بور - شرودینگر» می‌باشد.

ب) نادیده گرفتن وزن توپ در ارتفاع‌های مختلف، در پرتاب توپ بسکتبال، نمونه‌ای نادرست از مدل‌سازی فیزیکی است.

ج) دما، جریان الکتریکی و جرم همگی از کمیت‌های اصلی می‌باشند.

د) پرتقال بدون پوست در آب فرو می‌رود.

صفر (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

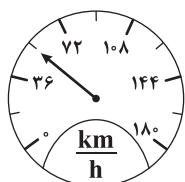
۳۵- دقت اندازه‌گیری تندی‌سنج زیر چند متر بر ثانیه است؟

۱۰ (۲)

۱۸ (۱)

۳۶ (۴)

۵ (۳)



محل انجام محاسبات



۳۶- دو کره توپر در اختیار داریم به طوری که جرم کره A، ۴ برابر جرم کره B و شعاع کره A، $\frac{1}{4}$ شعاع کره B است. چگالی کره B چند برابر چگالی کره A است؟

(۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۱۶ (۴) $\frac{1}{۲۵۶}$

۳۷- ۴ لیتر آب با چگالی $۱ \frac{g}{cm^3}$ را با چند لیتر از مایعی به چگالی $۲ \frac{g}{cm^3}$ مخلوط کنیم تا چگالی محلول حاصل برابر با $\frac{1}{6} \frac{g}{cm^3}$ باشد؟ (تغییر حجم دو ماده در اثر مخلوط شدن را ناچیز در نظر بگیرید.)

(۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) $۱۰/۴$ (۴) ۸

۳۸- چه تعداد از موارد زیر اثر کشش سطحی را نشان می‌دهند؟

«نشستن حشره روی سطح آب - بالا رفتن آب در لوله موئین - تشکیل حباب‌های آب و صابون - قطره‌های کروی شکل آب در حال سقوط - قرار گرفتن گیره فلزی روی سطح آب»

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۳۹- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) هر چه قطر لوله موئین بیشتر باشد، ارتفاع ستون آب درون لوله کم‌تر و ارتفاع ستون جیوه در آن بیشتر خواهد شد.

(۲) نیروی جاذبه زمین سبب افزایش چگالی هوا در لایه‌های پایین‌تر نسبت به ارتفاعات می‌شود.

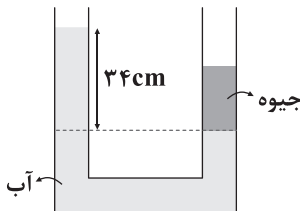
(۳) برای اندازه‌گیری فشار شاره‌های محصور می‌توان از مانومتر استفاده کرد.

(۴) هر چه سطح مقطع یک لوله کوچک‌تر شود، تندی شاره عبوری از لوله در آن سطح مقطع افزایش می‌یابد، این عبارت بیانگر اصل برنولی می‌باشد.

۴۰- استوانه‌ای به سطح قاعده $۲۵ cm^2$ در راستای قائم و به طور کامل در آب قرار دارد. اگر اختلاف اندازه نیروهای وارد از طرف مایع بر دو قاعده آن برابر با $۱۰ N$ باشد، ارتفاع این استوانه چند سانتی‌متر است؟ ($\rho_{آب} = ۱ \frac{g}{cm^3}$ و $g = ۱۰ \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۴۰ (۲) $۰/۰۴$ (۳) $۰/۴$ (۴) ۴

۴۱- در لوله U شکل زیر، سطح مقطع در طول لوله یکسان و برابر با $۲ cm^2$ است و آب و جیوه در حال تعادل می‌باشند. جرم جیوه چند گرم است؟ ($\rho_{آب} = ۱ \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{جیوه} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^3}$)



(۱) ۳۴ (۲) $۱۰/۸۸$

(۳) ۶۸ (۴) ۵

محل انجام محاسبات



۴۲- شخصی از یک دهانه فشارسنج U شکلی که حاوی مایعی به چگالی $\frac{1}{2} \frac{g}{cm^3}$ است، درون آن می‌دمد و اختلاف ارتفاع مایع در دو شاخه

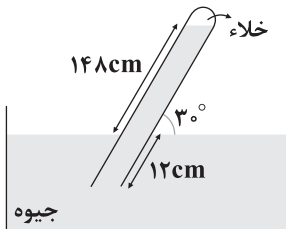
به 50 cm می‌رسد. اختلاف فشار دمیدن فرد و فشار هوای محیط چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰۰۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۱۲۰۰۰ (۱)



۴۳- بارومتري مطابق شکل مقابل داریم. فشار هوای محیط به ترتیب از راست به چپ چند پاسکال

و چند سانتی‌متر جیوه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{kg}{m^3}$)

۷۴√۳ - ۱۰۰۶۴۰√۳ (۲)

۷۴ - ۱۰۰۶۴۰ (۱)

۷۴√۳ - ۱۰۰۶۴۰√۳ (۴)

۷۴ - ۱۰۰۶۴۰ (۳)

۴۴- اگر در عمق ۱۰ سانتی‌متری از سطح مایعی، فشار برابر با 70 kPa و در عمق 30 cm از سطح آن فشار برابر با 80 kPa باشد، فشار هوا در

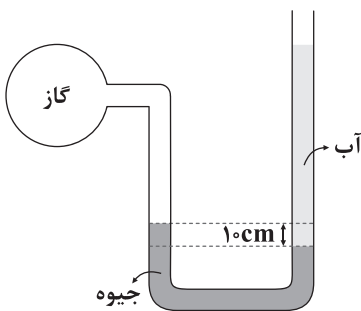
محیط مورد نظر چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

۶۰ (۴)

۷۰ (۳)

۵۰ (۲)

۶۵ (۱)



۴۵- مطابق شکل زیر، درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است، جیوه و آب به

ترتیب با چگالی‌های $\frac{13}{6} \frac{g}{cm^3}$ و $1 \frac{g}{cm^3}$ در حال تعادل هستند. اگر اختلاف سطح آزاد آب و

جیوه برابر با 90 cm باشد، فشار مخزن گاز چند کیلوپاسکال است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

۹۶/۴ (۲)

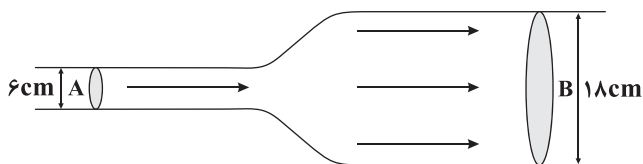
۷۷/۴ (۱)

۸۷/۴ (۴)

۳۷/۴ (۳)

۴۶- مطابق شکل زیر، لوله‌ای داریم که در آن مایعی به صورت لایه‌ای و پایا جریان دارد. اگر مایع با تندی $18 \frac{m}{s}$ از سطح مقطع A عبور کند،

به ترتیب (از راست به چپ) مقایسه فشار شاره در سطح مقطع‌های A و B و تندی شاره در سطح مقطع B بر حسب متر بر ثانیه در کدام



گزینه به درستی آمده‌اند؟

۹ - $P_A > P_B$ (۱)۲ - $P_B > P_A$ (۲)۹ - $P_B > P_A$ (۳)۲ - $P_A > P_B$ (۴)

محل انجام محاسبات



۴۷- گلوله‌ای به جرم 40g با تندی $v \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به تنه درختی برخورد می‌کند و با تندی $\frac{1}{3}v$ از طرف دیگر آن خارج می‌شود. اگر در طول عبور از تنه

درخت، 1600J انرژی جنبشی آن کاسته شود، انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به تنه درخت چند ژول بوده است؟

- (۱) 1600 (۲) 1800 (۳) 1200 (۴) 6000

۴۸- نیروهای $\vec{F}_1 = 60\vec{i} + 40\vec{j}$ (برحسب SI) و \vec{F}_2 به صورت هم‌زمان به جسمی به جرم 8kg که روی سطح افقی قرار دارد، اثر می‌کنند و آن را

روی سطح افقی به اندازه $\vec{d} = -10\vec{i}$ (برحسب SI) جابه‌جا می‌کنند. کار نیروی \vec{F}_1 بر روی این جسم در این جابه‌جایی، چند ژول است؟

- (۱) 600 (۲) $10\sqrt{52}$ (۳) -600 (۴) $-100\sqrt{52}$

۴۹- گلوله‌ای از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود و در راستای قائم سقوط می‌کند. پس از پیمودن مسافت Δh ، انرژی پتانسیل گرانشی

آن ۳ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود. در این صورت $\frac{\Delta h}{h}$ برابر کدام گزینه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).

- (۱) 4 (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۵۰- جسمی به جرم 100g با تندی $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ از ارتفاعی به صورت قائم به سمت پایین پرتاب می‌شود. اگر اندازه کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا از

لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین به ترتیب برابر 50J و 20J باشد، تندی جسم در لحظه برخورد با سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) 25 (۲) 30 (۳) 24 (۴) 37



۵۱- در یک ظرف دربسته، مخلوطی شامل یک گاز نجیب و یک گاز دیگر که متعلق به گروه هفدهم جدول دوره‌ای است وجود دارد. اگر شمار اتم‌های گاز

نجیب، ۲ برابر شمار اتم‌های گاز دیگر و جرم گاز نجیب، $4/21$ برابر جرم گاز دیگر باشد، جرم اتمی گاز نجیب، چند برابر جرم اتمی گاز دیگر است؟

۱) $2/105$ ۲) $1/052$ ۳) $0/475$ ۴) $0/950$

۵۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• در مدل اتمی بور، مسیر حرکت الکترون دایره‌ای شکل بوده و این مدل با موفقیت توانست طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند.

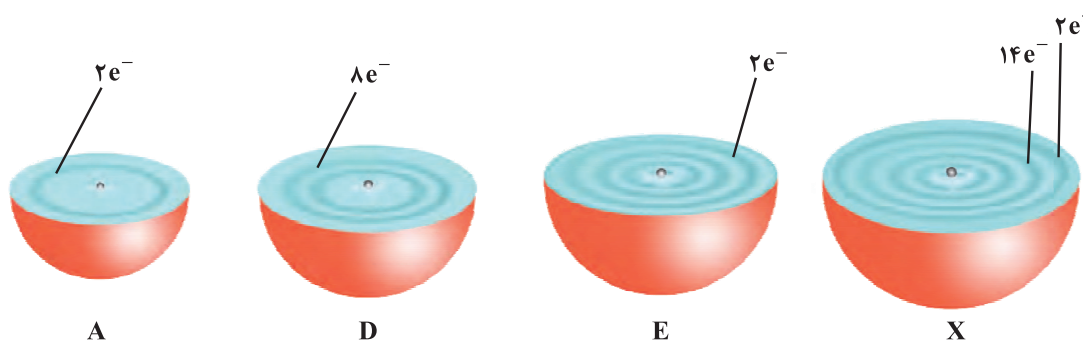
• طول موج پرتوهای فرابنفش و فرورسرخ به ترتیب می‌تواند 10^2 و 10^3 نانومتر باشد.

• اگر نور نشر شده از یک ترکیب لیتیم‌دار در شعله را از یک منشور عبور دهیم، رنگ سرخ به دست می‌آید.

• هرگز نمی‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی اتم دست یافت.

۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۵۳- هر یک از شکل‌های زیر برشی از اتم یک عنصر را نشان می‌دهد. با توجه به آن‌ها چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟



• عنصرهای A و D هم‌گروه بوده ولی آرایش الکترون - نقطه‌ای اتم آن‌ها متفاوت است.

• عنصر E با شعله سفیدرنگ می‌سوزد.

• از عنصر X دو اکسید متفاوت در طبیعت شناخته شده است.

• نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در سولفید E بیشتر از فسفید E است.

۱) (۱) ۲) (۲) ۳) (۳) ۴) (۴)

۵۴- مخلوطی از اتم‌های هیدروژن شامل 30% از پایدارترین رادیوایزوتوپ، 45% از سنگین‌ترین ایزوتوپ پایدار و بقیه از پایدارترین ایزوتوپ

ساختگی است. جرم اتمی میانگین این مخلوط چند amu است؟ (جرم هر پروتون و هر نوترون را 1amu فرض کنید).

۱) $3/35$ ۲) $2/80$ ۳) $2/75$ ۴) $3/05$



۵۵- اگر جرم نمونه‌ای از یکی از اکسیدهای نیتروژن برابر $6/84 \text{ amu}$ و جرم اکسیژن موجود در آن برابر $g \times 10^{-24} \times 7/2$ باشد، اکسید مورد نظر کدام است؟ ($N=14, O=16: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) دی‌نیتروژن مونوکسید (۲) دی‌نیتروژن تری‌اکسید (۳) دی‌نیتروژن تترااکسید (۴) دی‌نیتروژن پنتااکسید

۵۶- کدام عنصر به همراه عنصرهای قبل و بعد از آن در جدول تناوبی، هر سه به یک دسته از عنصرها (s, p, d و f) تعلق دارند؟

(۱) A₃₉ (۲) X₇₁ (۳) D₂₀ (۴) E₉₂

۵۷- گاز شهری موجود در یک اجاق (a) با رنگ آبی می‌سوزد، شعله‌ی یک شمع (b) در حال سوختن به رنگ زرد است و یک ششوار صنعتی (c) به هنگام کار کردن، نوری به رنگ قرمز ایجاد می‌کند. دمای این سه مورد از a تا c در کدام گزیننه درست آمده است؟ (گزیننه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

(۱) ۸۰۰, ۱۷۵۰, ۲۷۵۰ (۲) ۱۷۵۰, ۸۰۰, ۲۷۵۰ (۳) ۲۷۵۰, ۱۷۵۰, ۸۰۰ (۴) ۱۷۵۰, ۲۷۵۰, ۸۰۰

۵۸- در ترکیب یونی حاصل از واکنش یون نیتريد با کاتیون تک‌اتمی کدام فلز، شمار یون‌ها به‌ازای هر واحد فرمولی بیشتر بوده و در این ترکیب نسبت جرم فلز به جرم نیتروژن کدام است؟ ($\text{Na}=23, \text{Mg}=24, \text{N}=14: \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) سدیم، ۴/۹۲ (۲) سدیم، ۳/۲۸ (۳) منیزیم، ۱/۱۴ (۴) منیزیم، ۲/۵۷

۵۹- مقادیر موجود در کدام دو مورد تفاوت بیشتری با هم دارند؟

(آ) شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم ^{52}Te (ب) شمار الکترون‌های با $n+l=5$ در اتم ^{32}Ge

(پ) شمار الکترون‌های با $l=0$ در کاتیون $^{31}\text{SeCl}_3$ (ت) شمار الکترون‌های بیرونی‌ترین زیرلایه‌ی اتم ^{42}Mo

(۱) «آ»، «پ» (۲) «ب»، «پ» (۳) «آ»، «ت» (۴) «ب»، «ت»

۶۰- تفاوت عدد اتمی هفتمین عنصر دسته s و هفتمین عنصر دسته p برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم چندمین عنصر دسته d است؟

(۱) چهارمین (۲) ششمین (۳) دومین (۴) هشتمین

۶۱- در آرایش الکترونی اتم عنصر A، شمار الکترون‌های با $l=2$ ، برابر تفاوت شمار الکترون‌های با $l=0$ و $l=1$ باشد، مجموع عدد اتمی، شماره دوره و شماره گروه عنصر A کدام است؟ ($Z_A < 36$)

(۱) ۳۸ (۲) ۳۶ (۳) ۳۴ (۴) چنین عنصری وجود ندارد.

۶۲- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) مطابق اصل آفبا آخرین الکترون در اتم نخستین عنصر ساخت بشر وارد زیرلایه‌ای با اعداد کوانتومی $l=2$ و $n=4$ می‌شود.

(ب) انتقال الکترون از $n=2$ به $n=6$ در مقایسه با انتقال الکترون از $n=3$ به $n=5$ ، انرژی بیشتری نشر می‌کند.

(پ) در اتم عنصر ^{10}Ne مانند ^{20}Ca ، شمار الکترون‌های با $l=1$ ، $1/5$ برابر شمار الکترون‌های با $l=0$ است.

(ت) پس از آهن، منیزیم فراوان‌ترین فلز سازنده سیاره زمین است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



۶۸- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در مولکول SCO با شمار جفت الکترون‌های پیوندی چه تعداد از مولکول‌های زیر برابر است؟

HCN •	COF _۲ •	SO _۳ •	NOCl •
۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)

۶۹- فرمول ترکیب دوتایی حاصل از چه تعداد از موارد پیشنهاد شده می‌تواند به صورت AB_۲ یا A_۲B باشد؟

۱۶S, ۸O •	۱۴Si, ۸O •	۲۹Cu, ۱۶S •
۲۶Fe, ۵۳I •	۲۴Cr, ۳۵Br •	
۲ (۴)	۳ (۳)	۴ (۲)
		۵ (۱)

۷۰- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- گاز اسیدی حاصل از فوران آتشفشان از سوختن گوگرد نیز به دست می‌آید.
- آثار زیانبار باران اسیدی بر روی پوست و دستگاه تنفس برخلاف چشم‌ها، به سرعت قابل تشخیص است.
- NO_x تولید شده در نیروگاه‌ها و کارخانه‌ها هنگام بارش در آب حل شده و HNO_۳ تولید می‌کند.
- از واکنش سدیم اکسید با آب، ترکیبی تولید می‌شود که pH آن در دمای اتاق بزرگ‌تر از ۷ است.

۱ (۴)	۲ (۳)	۳ (۲)	۴ (۱)
-------	-------	-------	-------

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۴

جمعه ۱۴۰۱/۱۱/۰۷



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳

آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	ریاضیات
مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی - پریا ابریشم کار	ندا فرهختی	ریاضی ۱ هندسه ۱	
مروارید شاه‌حسینی	احمد رضازادگان قطب آبادی	فیزیک	
ایمان زارعی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	شیمی	

فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده سادات شریفی - عاطفه دستخوش

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

طراح شکل: آرزو گلفر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی

به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.

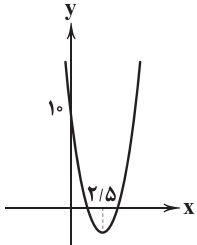


$$a_n = 3n^2 - 15n + 10$$

۲ ۴

یک تابع درجه دوم داریم که سهمی مربوط به آن رو به بالا است. پس کوچک‌ترین مقدار تابع در X_S رخ می‌دهد:

$$x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-15)}{2(3)} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2.5$$



با توجه به سهمی رسم شده چون n عددی طبیعی است، پس کم‌ترین مقدار a_n به ازای $n=2$ یا $n=3$ به دست می‌آید:

$$a_2 = 3(2)^2 - 15(2) + 10 = 12 - 30 + 10 = -8$$

$$a_3 = 3(3)^2 - 15(3) + 10 = 27 - 45 + 10 = -8$$

به ازای هر دوی این‌ها کم‌ترین a_n برابر با (-8) است.

در واقع جملات دو دنباله حسابی را می‌خواهیم نظیر به نظیر با هم جمع کنیم:

$$a_n: 1, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \dots \Rightarrow a_n = 1 + (n-1)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3}$$

$$b_n: \frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-3}{2}, \dots \Rightarrow b_n = \frac{1}{2} + (n-1)(-1) = -n + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow c_n = a_n + b_n = \frac{1}{3}n + \frac{2}{3} + (-n) + \frac{3}{2} = -\frac{2}{3}n + \frac{13}{6}$$

$$\xrightarrow{n=13} c_{13} = -\frac{2}{3}(13) + \frac{13}{6} = \frac{13}{3}(-2 + \frac{1}{2}) = \frac{13}{3} \times \frac{-3}{2} = -\frac{13}{2}$$

$$\Rightarrow c_{13} = -6.5$$

$$a_{16} - a_9 = 3/5 \Rightarrow a_1 + 15d - (a_1 + 8d) = 3/5$$

۱ ۶

$$\Rightarrow 7d = \frac{3}{5} \Rightarrow d = \frac{1}{5} \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$a_8 + a_{18} = 34 \Rightarrow a_1 + 7d + a_1 + 17d = 34$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 24d = 34 \xrightarrow{d=\frac{1}{5}} 2a_1 + 24\left(\frac{1}{5}\right) = 34$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12 = 34 \Rightarrow 2a_1 = 34 - 12 = 22 \Rightarrow a_1 = \frac{22}{2} = 11 \quad (2)$$

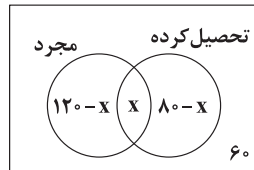
بنابراین:

$$a_{10} = a_1 + 9d \stackrel{(2), (1)}{=} 11 + 9\left(\frac{1}{5}\right) = 11 + 4/5 = 15/5$$

ریاضیات

۱ ۳ روش اول:

با رسم نمودار ون و با فرض این‌که X نفر از تحصیل‌کرده‌ها مجرد باشند، داریم:



$$120 - X + X + 80 - X + 60 = 200$$

$$\Rightarrow 260 - X = 200 \Rightarrow X = 260 - 200 = 60$$

روش دوم:

$$n(S) = 200$$

$$A: \text{مجرد} \Rightarrow n(A) = 120$$

$$B: \text{تحصیل کرده} \Rightarrow n(B) = 80$$

$$n(A' \cap B') = 60 \Rightarrow n((A \cup B)') = 60$$

فاقد تحصیل متأهل

$$n(A \cup B) = n(S) - 60 = 200 - 60 = 140$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 140 = 120 + 80 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \text{تعداد افراد مجرد تحصیل کرده} = n(A \cap B) = 200 - 140 = 60$$

۲ ۴ می‌دانیم اگر از تعداد نامتناهی عضو، تعداد نامتناهی عضو برداریم، نامتناهی عضو باقی می‌ماند. از طرفی B' نامتناهی پس S نیز نامتناهی است و داریم:

متناهی نامتناهی

$$1) A' = S - A \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

$$2) A' \cap B' = B' \cap A' = B' - A \Rightarrow \text{نامتناهی نامتناهی}$$

$$3) B = S - B' \Rightarrow \text{می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد نامتناهی نامتناهی}$$

$$4) B' - A' = B' \cap A = A \cap B' = A - B \subseteq A \Rightarrow \text{نامتناهی نامتناهی}$$

$$a_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n + \frac{n}{100}$$

۳ ۳

به ازای n زوج $\left(\frac{-1}{2}\right)^n$ مثبت و a_n مثبت است. پس کافی است جملات فرد را بررسی کنیم:

$$a_1 = \frac{-1}{2} + \frac{1}{100} = \frac{-50+1}{100} = \frac{-49}{100} < 0$$

$$a_3 = \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + \frac{3}{100} = \frac{-1}{8} + \frac{3}{100} = \frac{-25+6}{200} = \frac{-19}{200} < 0$$

$$a_5 = \left(\frac{-1}{2}\right)^5 + \frac{5}{100} = \frac{-1}{32} + \frac{5}{100} = \frac{-25+40}{800} = \frac{15}{800} > 0$$

پس از a_5 به بعد همه جملات فرد هم مثبت‌اند و بنابراین این دنباله تنها دارای دو جمله منفی a_1 و a_3 است.



$$\Rightarrow \frac{9}{25} AP^2 = 25 \Rightarrow AP^2 = \frac{25 \times 25}{9} \Rightarrow AP = \frac{25}{3}$$

$$\xrightarrow{(2)} AC = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow AB = AC - BC \stackrel{(1)}{=} \frac{4}{3} - 5 = \frac{11}{3}$$

روش دوم:

$$1 + \cot^2 53^\circ = \frac{1}{\sin^2 53^\circ} = \frac{1}{(\frac{4}{5})^2} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cot^2 53^\circ = \frac{25}{16} - 1 = \frac{9}{16}$$

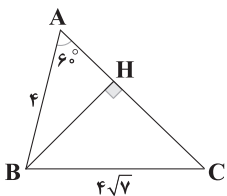
$$\Rightarrow \cot 53^\circ = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{PC}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{5}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow AC = \frac{20}{3} = \frac{20}{3}$$

$$AB = AC - BC \Rightarrow AB = \frac{11}{3}$$

ابتدا BH را رسم می‌کنیم. داریم: ۴ ۱۰

$$\Delta ABH: \cos \hat{A} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \cos 6^\circ = \frac{AH}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{4} \Rightarrow AH = \frac{4}{2} = 2 \quad (1)$$



$$\Delta ABH: \sin \hat{A} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \sin 6^\circ = \frac{BH}{4} \Rightarrow BH = 4 \times \sin 6^\circ$$

$$\Rightarrow BH = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\Delta BHC: \text{فیتاغورس در } CH^2 = BC^2 - BH^2 \stackrel{(2)}{=} (4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 112 - 12 = 100 \Rightarrow CH = \sqrt{100} = 10 \quad (3)$$

$$(1), (3) \Rightarrow AC = AH + CH = 2 + 10 = 12$$

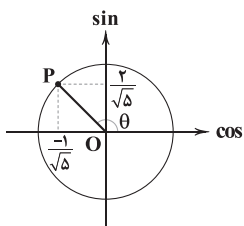
$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 6^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

و یا:

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 12 = 12\sqrt{3}$$

۲ ۱۱

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \theta = \frac{-1}{\sqrt{5}} \end{cases} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -2$$



$$\Rightarrow \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\sin \theta} = \frac{\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}}{\sin \theta} = \frac{-2 + \frac{1}{-2}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = -\frac{5\sqrt{5}}{4}$$

$$-\frac{1}{a_1}, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, 729 \Rightarrow r < 0$$

$$a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow 729 = \frac{-1}{81} \times r^5 \Rightarrow r^5 = -81 \times 729$$

$$\Rightarrow r^5 = -3^4 \times 3^6 = -3^{10} \Rightarrow r = \sqrt[5]{-3^{10}} = -\sqrt[5]{(3^2)^5} = -3^2$$

$$\Rightarrow r = -9$$

واسطه‌ها: $\frac{-1}{81} \times -9 = \frac{1}{9}, \frac{1}{9} \times -9 = -1, -1 \times -9 = 9, 9 \times -9 = -81$

$$\Rightarrow \text{مجموع واسطه‌ها} = \frac{1}{9} + (-1) + 9 + (-81) = \frac{1}{9} - 73$$

$$= \frac{1 - 657}{9} = \frac{-656}{9}$$

۲ ۸

سه جمله متوالی دنباله حسابی: $a_3, 2a_7, a_{11}$

$$\Rightarrow 2(2a_7) = a_3 + a_{11} \xrightarrow{a_n = a_1 r^{(n-1)}} 4(a_1 r^6) = a_1 r^2 + a_1 r^{10}$$

$$\xrightarrow{\div a_1 r^2} 4r^4 = 1 + r^8 \Rightarrow r^8 - 4r^4 + 1 = 0$$

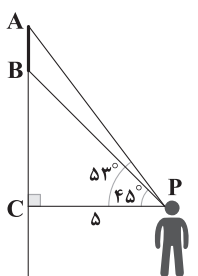
$$\xrightarrow{\frac{r^4 = t}{r^8 = t^2}} t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(1) = 16 - 4 = 12 \Rightarrow t = \frac{-(-4) \pm \sqrt{12}}{2(1)}$$

$$\xrightarrow{t > 1} t = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow r^4 = t = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt[4]{2 + \sqrt{3}}$$

۴ ۹



$$\Delta PBC: \tan 45^\circ = \frac{BC}{PC} \Rightarrow 1 = \frac{BC}{\delta} \Rightarrow BC = \delta \quad (1)$$

روش اول:

$$\Delta PAC: \sin 53^\circ = \frac{AC}{AP} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{AC}{AP}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AP} = \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow AC = \frac{4}{5} AP \quad (2)$$

از طرفی بنا به رابطه فیتاغورس در ΔPAC داریم:

$$AP^2 = AC^2 + PC^2 \xrightarrow{(2)} AP^2 = \frac{16}{25} AP^2 + \delta^2$$



روش اول: ۴ ۱۵

$$x^2 - y^2 = 721 \xrightarrow{\text{اتحاد چاقی و لاغر}} (x-y)(x^2 + y^2 + xy) = 721$$

$$\xrightarrow{x-y=7} x^2 + y^2 + xy = \frac{721}{7} = 103 \quad (1)$$

از طرفی داریم:

$$x - y = 7 \xrightarrow{\text{توان } 2} x^2 + y^2 - 2xy = 49 \quad (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow x^2 + y^2 + xy - x^2 - y^2 + 2xy = 103 - 49$$

$$\Rightarrow 3xy = 54 \Rightarrow xy = \frac{54}{3} = 18 \xrightarrow{(1)} x^2 + y^2 = 103 - 18 = 85$$

بنابراین:

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 85 + 2(18) = 121$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{x+y}{x+y > 0} x+y = \sqrt{121}$$

روش دوم:

$$(x-y)^2 = x^2 - y^2 - 2xy(x-y) \Rightarrow 7^2 = 721 - 2xy \times 7$$

$$\Rightarrow 21xy = 721 - 49 = 672 \Rightarrow xy = \frac{672}{21} = 32$$

$$(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \Rightarrow 7^2 = x^2 + y^2 - 2(32)$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 49 + 64 = 113$$

و بنابراین:

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 113 + 2(32) = 177$$

$$\Rightarrow x+y = \sqrt{177} = 11$$

۱ ۱۶

$$x(x + \frac{1}{x}) - \frac{1}{x} = x \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x}x - x = \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{x}x = \frac{1}{x} \xrightarrow{+(-\frac{1}{x} \times \frac{1}{x})^2} x^2 - \frac{1}{x}x + (-\frac{1}{x})^2 = \frac{1}{x} + (-\frac{1}{x})^2$$

$$\Rightarrow (x - \frac{1}{x})^2 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{9}{16}$$

بنابراین در طرف دوم تساوی از $\frac{9}{16}$ جذر می‌گیریم.

۱ ۱۷

$$(x+1)^2 - 2\sqrt{3}(x+1) - 6 = 0 \xrightarrow{x+1=t} t^2 - 2\sqrt{3}t - 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{3})^2 - 4(1)(-6) = 12 + 24 = 36$$

$$\Rightarrow t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{3}) \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{2\sqrt{3} \pm 6}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{2\sqrt{3} + 6}{2} = \sqrt{3} + 3 \Rightarrow x+1 = \sqrt{3} + 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} + 2 \\ t = \frac{2\sqrt{3} - 6}{2} = \sqrt{3} - 3 \Rightarrow x+1 = \sqrt{3} - 3 \Rightarrow x = \sqrt{3} - 4 \end{cases}$$

بزرگ‌ترین جواب $\sqrt{3} + 2$ است.

۱ ۱۲

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{به توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2\sin x \cos x = -1 + \frac{1}{9} = \frac{-8}{9} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{-4}{9} (*)$$

بنابراین:

$$\tan^2 x - \cot^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x \cos^2 x}$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} = \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x)}{(\sin x \cos x)^2}$$

$$= \frac{(\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)}{(\sin x \cos x)^2}$$

حال کافی است $(\sin x - \cos x)$ را بیابیم:

$$x \text{ در ربع دوم} \Rightarrow A = \frac{\sin x - \cos x}{+} > 0$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } 2} A^2 = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2\sin x \cos x}{1 - \frac{4}{9}}$$

$$\Rightarrow A^2 = 1 + \frac{8}{9} = \frac{17}{9} \xrightarrow{A > 0} A = \frac{\sqrt{17}}{3}$$

بنابراین حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{\sqrt{17}}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{17} \times 1}{3 \times 3} = \frac{\sqrt{17} \times 1}{9} = \frac{9\sqrt{17}}{16}$$

۳ ۱۳

$$x = 2 \Rightarrow a = (5^2)^{2^x} = 5^{2 \times 2^x} = 5^{2^5} \Rightarrow a = 5^{32}$$

$$\Rightarrow \sqrt[n]{a} = 25 \Rightarrow \sqrt[n]{5^{32}} = 25 \Rightarrow 5^{\frac{32}{n}} = 5^2$$

$$\Rightarrow \frac{32}{n} = 2 \Rightarrow 2n = 32 \Rightarrow n = 16$$

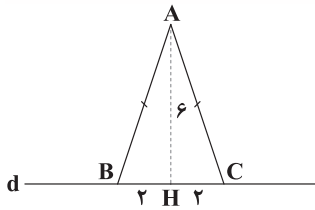
۲ ۱۴

$$A^2 = \frac{3\sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{6}}}{2\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{3(6) + 2}{\sqrt{6}}}{\frac{2(2) - 3}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{20}{\sqrt{6}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج را گویا می‌کنیم}} A^2 = \frac{20\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{20\sqrt{12}}{6}$$

$$= \frac{20 \times 2\sqrt{3}}{6} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{20\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{5\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{15}\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{15}\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{45\sqrt{3}}}{3} = \frac{\sqrt{675}}{3}$$

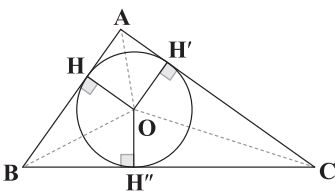


پس کافی است از نقطه A کمانی به مرکز A و شعاع $2\sqrt{10}$ بزنیم تا d را در ۲ نقطه B و C قطع کند. چون $2\sqrt{10} > 6$ حتماً این دو نقطه وجود دارد و تنها یک مثلث قابل رسم است.

۲۲ ۲

$OH = OH' = OH'' = r (*)$

پس O محل تلاقی نیمساز زوایای مثلث است.



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta OAB} + S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OBC}$$

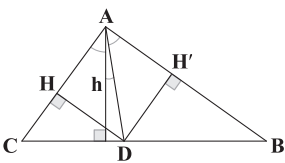
$$= \frac{OH \times AB}{2} + \frac{OH' \times AC}{2} + \frac{OH'' \times BC}{2} \stackrel{(*)}{=} \frac{r}{2} (AB + AC + BC)$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{r}{2} \times (AB + AC + BC) \xrightarrow{S=6\sqrt{3}, P=18} 6\sqrt{3} = \frac{r}{2} \times 18$$

$$\Rightarrow 6\sqrt{3} = 9r \Rightarrow r = \frac{6\sqrt{3}}{9} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۲۳ ۱

در دو مثلث ABD و ACD ارتفاع h مشترک است، پس:



$$\frac{S_{\Delta ACD}}{S_{\Delta ABD}} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} DH \times AC}{\frac{1}{2} DH' \times AB} = \frac{CD}{BD}$$

$$\xrightarrow{AD \text{ نیمساز } DH=DH'} \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{BD} \Rightarrow \frac{CD}{BD} = \frac{y}{x} \Rightarrow \begin{cases} CD = yx \\ BD = 9x \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$BD - CD = 1 \Rightarrow 9x - yx = 1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow BC = CD + BD = yx + 9x = 16x = 16 \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

از طرفی مجموع میانه‌های هر مثلث بین محیط و نصف محیط است.

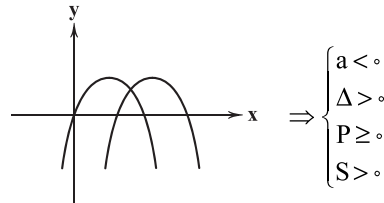
$P < AM + BM' + CM'' < 2P$

$$\Rightarrow \frac{7+9+8}{2} < \underbrace{AM + BM' + CM''}_{\text{مجموع میانه‌ها}} < \frac{7+9+8}{2}$$

تنها عدد بین ۱۲ و ۲۴ در بین گزینه‌ها، ۱۵ می‌باشد.

۱۸ ۳ برای آن‌که سهمی تنها از ناحیه دوم مختصات عبور نکند، به

یکی از دو صورت کلی زیر است و بنابراین معادله $ax^2 + bx + c = 0$ دارای دو ریشه نامنفی است و داریم:



$P = \frac{c}{a} \geq 0 \rightarrow a < 0 \rightarrow c \leq 0$

$S = \frac{-b}{a} > 0 \rightarrow a < 0 \rightarrow -b < 0 \Rightarrow b > 0$

$\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 > 4ac \xrightarrow{\text{جذر}} b > 2\sqrt{ac} \Rightarrow \sqrt{ac} < \frac{b}{2}$

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) ab و c هر دو منفی اند اما نمی‌دانیم کدام منفی‌تر است.
- (۲) ac و b هر دو مثبت‌اند اما نمی‌دانیم کدام مثبت‌تر است.
- (۳) a+c منفی و b مثبت است، پس a+c < b می‌باشد.
- (۴) با توجه به رابطه به دست آمده از Δ ، $\sqrt{ac} < \frac{b}{2}$ است.

۱۹ ۴ مختصات رأس سهمی $S(2, -1)$ است، پس داریم:

$y = a(x-2)^2 - 1 \xrightarrow{(0, 2)} 2 = a(0-2)^2 - 1$

$\Rightarrow 2 = 4a - 1 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{4}(x-2)^2 - 1$

$\Rightarrow y = \frac{3}{4}(x^2 - 4x + 4) - 1 = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 3 - 1$

$\Rightarrow y = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 2$

۲۰ ۲ عبارت P را تعیین علامت می‌کنیم:

	$-\frac{1}{2}$	2	
$x-2$	-	-	+
$2x+1$	-	+	+
P	+	-	+

ت.ن

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

پس عبارت به‌ازای $a = -1$ مثبت و به‌ازای $a + 1 = 0$ منفی است.

۲۱ ۴

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times BC = 12 \Rightarrow BC = \frac{24}{6} = 4 \Rightarrow CH = 2$

$\Rightarrow AB = AC = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} > 6$



۱ ۲۷

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \Rightarrow \frac{x-3}{x+1} = \frac{x}{x+7}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (x-3)(x+7) = x(x+1)$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 21 = x^2 + x$$

$$\Rightarrow 4x - x = 21 \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

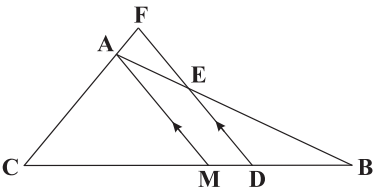
و بنا به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{2x}{y+3} = \frac{x}{2x+7}$$

$$\xrightarrow{x=7} \frac{14}{y+3} = \frac{7}{21} \Rightarrow y+3 = \frac{14 \times 21}{7} = 42$$

$$\Rightarrow y = 42 - 3 \Rightarrow y = 39$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} (*)$$



$$\Delta CFD: AM \parallel FD \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AC}{AF} = \frac{CM}{MD} \quad (1)$$

$$\Delta ABM: ED \parallel AM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AB} = \frac{MD}{MB}$$

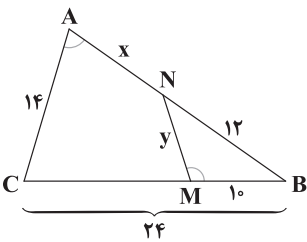
$$\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{MB}{MD} \xrightarrow{MB=MC} \frac{MC}{MD} \quad (2)$$

در دو رابطه (۱) و (۲) طرف‌های دوم با هم برابر است. پس از تساوی طرف‌های اول داریم:

$$\xrightarrow{(1)=(2)} \frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE} \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AE} \xrightarrow{(*)} \frac{AF}{AE} = \frac{3}{4}$$

۳ ۲۸

$$\left. \begin{matrix} \hat{M} = \hat{A} \\ \hat{B} = \hat{B} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{ز-ز}} \Delta MNB \sim \Delta ABC$$

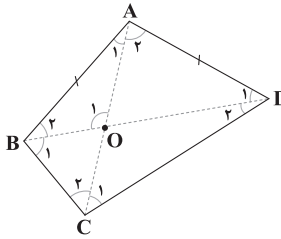


$$\Rightarrow \frac{12}{24} = \frac{y}{14} = \frac{10}{x+12} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{14} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{14}{2} = 7 \\ \frac{10}{x+12} = \frac{1}{2} \Rightarrow x+12 = 20 \Rightarrow x = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x+y = 8+7 = 15$$

۲ ۲۴

$$\Delta ABD: AB = AD \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{D}_r \quad (1)$$



$$\Delta BCD: BC < DC \Rightarrow \hat{D}_r < \hat{B}_r \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{B} = \hat{B}_r + \hat{B}_r > \hat{D}_r + \hat{B}_r = \hat{D}_r + \hat{D}_r = \hat{D} \Rightarrow \hat{B} > \hat{D}$$

$$\left. \begin{matrix} AC = AC \\ AB = AD \end{matrix} \right\} \xrightarrow{BC < CD} \hat{A}_1 < \hat{A}_r \Rightarrow OB < OD$$

$$\hat{O}_1 = \hat{A}_r + \hat{D}_r \Rightarrow \begin{cases} \hat{O}_1 > \hat{A}_r > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > OB \\ \hat{O}_1 > \hat{D}_r = \hat{B}_r \Rightarrow AB > OA \end{cases}$$

۳ ۲۸

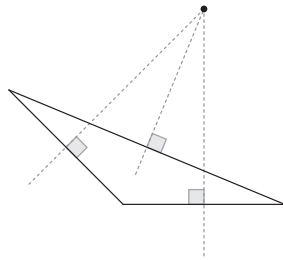
۲۵ (۳) آ) کافی است $n = 29$ قرار دهیم، در این صورت حاصل عبارت

بر ۲۹ بخش پذیر است.

ب) این گزاره برای هر n صحیح برقرار است کافی است اثبات آن را با برهان خلف ببینید، یعنی فرض کنیم n زوج باشد:

خلاف فرض \Rightarrow عددی زوج: $n = 2k \Rightarrow n^2 = (2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$

پ) کافی است مثلث را با زاویه منفرجه در نظر بگیریم، در این صورت محل تلاقی عمودمنصف‌ها بیرون مثلث است:



ت) مجموع عدد اول ۲ با هر عدد اول دیگری که قطعاً فرد است، عددی فرد می‌شود.

۴ ۲۶

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-7}{3} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 4t + 3 \\ z = 3t + 7 \end{cases}$$

از طرفی می‌دانیم مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است:

$$x + y + z = 180 \Rightarrow 2t - 1 + 4t + 3 + 3t + 7 = 180$$

$$\Rightarrow 9t + 9 = 180 \Rightarrow 9t = 171 \Rightarrow t = \frac{171}{9} = 19$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 38 - 1 = 37 \\ y = 76 + 3 = 79 \Rightarrow z + y - x = 64 + 79 - 37 = 106 \\ z = 57 + 7 = 64 \end{cases}$$



فیزیک

بررسی گزینه‌ها: ۳۱ ۳

$$۱) ۴\mu\text{m}^2 \times \frac{۱۰^{-۱۲}\text{m}^2}{۱\mu\text{m}^2} \times \frac{۱\text{nm}^2}{۱۰^{-۱۸}\text{m}^2} = ۴ \times ۱۰^۶ \text{nm}^2 \quad (\times)$$

$$۲) ۴ \frac{\text{mm}^3}{\text{s}} \times \frac{۶۰\text{s}}{۱\text{min}} \times \frac{۱۰^{-۹}\text{m}^3}{۱\text{mm}^3} \times \frac{۱\text{cm}^3}{۱۰^{-۶}\text{m}^3} = ۰/۲۴ \frac{\text{cm}^3}{\text{min}} \quad (\times)$$

$$۳) ۱ \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{۱۰^۳\text{L}}{۱\text{m}^3} \times \frac{۱\text{kg}}{۱۰^۳\text{g}} = ۱ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad (\checkmark)$$

$$۴) ۱۰ \frac{\text{L}}{\text{s}} \times \frac{۳۶۰۰\text{s}}{۱\text{h}} \times \frac{۱\text{mL}}{۱۰^{-۳}\text{L}} = ۳/۶ \times ۱۰^۷ \frac{\text{mL}}{\text{h}} \quad (\times)$$

ابتدا حجم آب موجود در مخزن را به دست می‌آوریم: ۳۲ ۱

$$V = Ah \Rightarrow V = \pi R^2 h$$

$$\frac{R=۱۰۰\sqrt{2}\text{cm}=\sqrt{2}\text{m}}{h=1\text{m}} \rightarrow V = ۳ \times (\sqrt{2})^2 \times ۱ = ۶\text{m}^3$$

$$\Rightarrow V = ۶\text{m}^3 \times \frac{۱۰۰۰\text{L}}{۱\text{m}^3} = ۶۰۰۰\text{L}$$

اکنون از تناسب استفاده می‌کنیم.

$$\frac{۶۰۰۰\text{L}}{V} \Big| \frac{۶۰\text{min}}{۱\text{min}} \Rightarrow V = \frac{۶۰۰۰}{۶۰} = ۱۰۰ \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

ابتدا حجم قطعه فلز را به کمک جرم و چگالی آن به دست می‌آوریم. ۳۳ ۴

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{۲۷}{۹} = ۳\text{cm}^3$$

هنگامی که قطعه فلز را در استوانه می‌اندازیم، حجم آب درون استوانه به اندازه حجم قطعه فلز بالا می‌آید و مطابق شکل داده شده در سؤال، آب در استوانه ۴ درجه بالا آمده است. پس هر درجه برابر $۷/۵\text{cm}^3$ ($۷/۵ = ۳/۴$) می‌باشد، در نتیجه

دقت اندازه‌گیری این استوانه مدرج برابر با $۷/۵\text{cm}^3$ می‌باشد.

همه عبارتهای داده شده صحیح می‌باشند. ۳۴ ۴

کمینه درجه‌بندی این تندی‌سنج برابر $۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ می‌باشد، ۳۵ ۳

بنابراین دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج برابر با $۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ است، در نتیجه با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای داریم:

$$۱۸ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}} \times \frac{۱۰^۳\text{m}}{۱\text{km}} = ۵ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

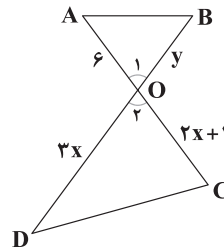
با استفاده از رابطه چگالی داریم: ۳۶ ۴

$$\frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow{\text{حجم کره} = \frac{4}{3}\pi r^3} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{1}{4} \times \frac{\frac{4}{3}\pi(\frac{1}{4}r)^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{۲۵۶}$$

۳۰ ۲ دو مثلث متشابه‌اند و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ، پس دو زاویه دیگر نیز نظیر

به نظیر مساوی‌اند. اما چون AB و CD موازی نیستند پس $\hat{A} \neq \hat{C}$ یعنی $\hat{A} = \hat{D}$ است.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نسبت تشابه}} \frac{2x+1}{y} = \frac{3x}{6} = k$$

از طرفی چون نسبت مساحت‌ها ۱۸ می‌باشد، پس:

$$k^2 = ۱۸ \Rightarrow k = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{2}$$

در نتیجه داریم:

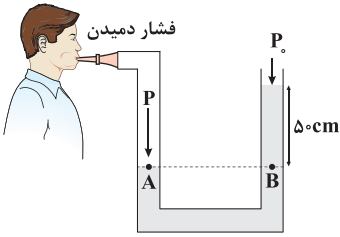
$$\frac{2x+1}{y} = \frac{3x}{6} = ۳\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = ۱۸\sqrt{2} \Rightarrow x = ۶\sqrt{2} \\ y = \frac{2x+1}{3\sqrt{2}} = \frac{۱۲\sqrt{2}+۱}{۳\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{۲۴+\sqrt{2}}{۶} = ۴ + \frac{\sqrt{2}}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow BD = y + 3x = ۴ + \frac{\sqrt{2}}{۶} + ۱۸\sqrt{2} = ۴ + \frac{۱۰۹}{۶}\sqrt{2}$$



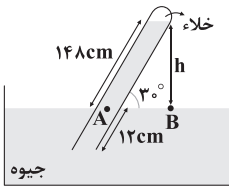
۴۲ ۴ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{دمیدن}} = P_{\text{مایع}} + P_0 \Rightarrow P_{\text{دمیدن}} - P_0 = P_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{دمیدن}} - P_0 = \rho g h \Rightarrow P_{\text{دمیدن}} - P_0 = 1200 \times 10 \times \frac{50}{100} = 6000 \text{ Pa}$$

۴۳ ۱ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{جیوه}} = P_0$$

دنبال ارتفاع ستون قائم جیوه هستیم، بنابراین:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{148} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{148} \Rightarrow h = 74 \text{ cm}$$

$$P_0 = 74 \text{ cmHg}$$

بنابراین:

حالا فشار را برحسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_0 = \rho_{\text{جیوه}} g h \Rightarrow P_0 = 13600 \times 10 \times \frac{74}{100} = 100640 \text{ Pa}$$

۴۴ ۱ اختلاف فشار بین دو عمق داده شده برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow (80 - 70) \times 10^3 = \rho \times 10 \times (30 - 10) \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow 10 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 20 \times 10^{-2}$$

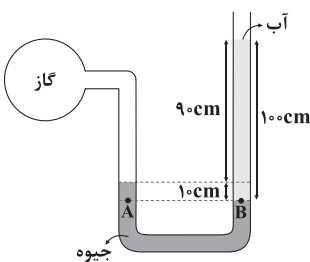
$$\Rightarrow \rho = \frac{10 \times 10^3}{10 \times 20 \times 10^{-2}} = 5000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

فشار در عمق ۱۰ سانتی‌متری از سطح مایع برابر با ۷۰ kPa است، بنابراین:

$$P = P_0 + \rho g h \Rightarrow P_0 = P - \rho g h$$

$$\Rightarrow P_0 = 70 \times 10^3 - 5000 \times 10 \times \frac{10}{100} = 65000 \text{ Pa} = 65 \text{ kPa}$$

۴۵ ۲ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + P_{\text{جیوه}} = P_{\text{آب}} + P_0$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + 13600 \times 10 \times \frac{10}{100} = 1000 \times 10 \times \frac{100}{100} + 10^5$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} + 13600 = 11 \times 10^4 \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 96400 \text{ Pa} = 96/4 \text{ kPa}$$

۳۷ ۲ با استفاده از رابطه چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/6 = \frac{1 \times 4 + 2 \times V_2}{4 + V_2} \Rightarrow 6/4 + 1/6 V_2 = 4 + 2 V_2$$

$$\Rightarrow 2/4 = 0/4 V_2 \Rightarrow V_2 = 6L$$

۳۸ ۱ نشستن حشره روی سطح آب، تشکیل حباب‌های آب و

صابون، قطره‌های کروی شکل آب در حال سقوط و فرار گرفتن گیره فلزی

روی سطح آب همگی اثر کشش سطحی را نشان می‌دهند.

۳۹ ۴ اصل برنولی بیان می‌کند که در مسیر حرکت شاره، با افزایش

تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد. عبارت هر چه سطح مقطع یک لوله

کوچک‌تر شود، تندی شاره عبوری از لوله در آن سطح مقطع افزایش می‌یابد،

توضیحی بر معادله پیوستگی می‌باشد.

۴۰ ۱ اختلاف فشار حاصل از مایع در دو قاعده برابر است با:

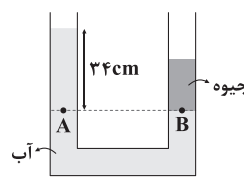
$$\Delta P = \rho_{\text{آب}} g h \xrightarrow{\Delta P = \frac{\Delta F}{A}} \frac{\Delta F}{A} = \rho_{\text{آب}} g h \Rightarrow h = \frac{\Delta F}{A \times \rho_{\text{آب}} g}$$

$$\xrightarrow{A = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h = \frac{10}{25 \times 10^{-4} \times 10000 \times 10} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 0/4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

۴۱ ۳ با توجه به نقاط هم‌تراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} + P_0 = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} + P_{\text{گاز}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow 1 \times 34 = 13/6 \times h$$

$$h = \frac{34}{13/6} = 2/5 \text{ cm}$$

پس حجم جیوه برابر است با:

$$V_{\text{جیوه}} = A \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow V_{\text{جیوه}} = 2 \times 2/5 = 5 \text{ cm}^3$$

و در نهایت به کمک رابطه چگالی، جرم جیوه را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{جیوه}} = \frac{m_{\text{جیوه}}}{V_{\text{جیوه}}} \Rightarrow m_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{جیوه}} V_{\text{جیوه}} \Rightarrow m_{\text{جیوه}} = 13/6 \times 5 = 68 \text{ g}$$



شیمی

۵۱ | ۱ گاز نجیب به صورت تک اتمی و گاز متعلق به گروه ۱۷ جدول،

قطعاً یک گاز دو اتمی (X_2) است. بنابراین مطابق داده‌های سؤال، شمار مول‌های گاز نجیب، به طور حتم ۴ برابر شمار مول گاز X_2 است.

$$\frac{\text{جرم گاز نجیب}}{\text{جرم مولی}} = \frac{\text{مول گاز نجیب}}{\text{جرم گاز } X_2}$$

$$\Rightarrow 4 = 4/21 \times \frac{\text{جرم مولی } X_2}{\text{جرم مولی گاز نجیب}} \Rightarrow \frac{\text{جرم مولی گاز نجیب}}{\text{جرم مولی } X_2} = 1/0.52$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جرم اتمی نجیب}}{\text{جرم اتمی } X} = 2/1.05$$

۵۲ | ۲ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

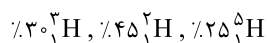
• اگر نور نشر شده از یک ترکیب لیتیم‌دار در شعله را از یک منشور عبور دهیم، طیف نشری خطی لیتیم به دست می‌آید.

• با تعیین دقیق طول موج نوارهای طیف نشری خطی، می‌توان به تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی اتم دست یافت.

۵۳ | ۳ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

عنصرهای A, D, E, X به ترتیب ^4_2He , $^{10}_8\text{Ne}$, $^{12}_6\text{Mg}$ و $^{56}_{26}\text{Fe}$ هستند. فرمول شیمیایی منیزیم سولفید و منیزیم فسفید به ترتیب MgS و Mg_3P_2 است. نسبت شمار کاتیون‌ها به شمار آنیون‌ها در این دو ترکیب به ترتیب ۱ و ۱/۵ است.

۵۴ | ۴ مطابق داده‌های سؤال مخلوط مورد نظر به صورت زیر است:



$$\bar{M} = \left(\frac{3}{100} \times 3\right) + \left(\frac{45}{100} \times 2\right) + \left(\frac{25}{100} \times 1\right) = 0.9 + 0.9 + 0.25 = 1.05 \text{ amu}$$

۵۵ | ۲ با توجه به گزینه‌ها فرمول اکسید مورد نظر به

صورت N_2O_x است.

• از طرفی ۱ amu معادل $1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$ است.

جرم اکسیژن موجود در این ترکیب برحسب amu برابر است با:

$$7/2 \times 10^{-24} \text{ g} \times \frac{1 \text{ amu}}{1.66 \times 10^{-24} \text{ g}} = 4/34 \text{ amu}$$

جرم نیتروژن موجود

$$\text{N}_2\text{O}_x : \frac{x}{2} = \frac{4/34}{2/5} \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \text{N}_2\text{O}_3$$

۴۶ | ۲ به کمک معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A = \pi r^2} \pi \times 2^2 \times 18 = \pi \times 9^2 \times v \Rightarrow v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

و طبق اصل برنولی با کاهش تندی شاره، فشار آن افزایش می‌یابد، بنابراین:

$$P_B > P_A$$

۴۷ | ۲ با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times v^2 \\ K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{v_2 = \frac{1}{3} v} K_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times \left(\frac{1}{3} v\right)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K_1 - K_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} v^2 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times \left(\frac{1}{3} v\right)^2$$

$$\Rightarrow 1600 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} (v^2 - \frac{1}{9} v^2) \Rightarrow v = 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین انرژی جنبشی گلوله در لحظه برخورد به تنه درخت برابر است با:

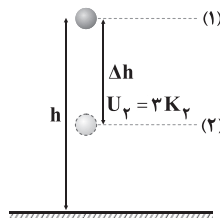
$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1000} \times (300)^2 = 1800 \text{ J}$$

۴۸ | ۳ با توجه به رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = F_1 d \cos \theta \xrightarrow{\text{جابه‌جایی افقی است، پس فقط مؤلفه افقی } \vec{F}_1 \text{ روی جسم کار انجام می‌دهد}}$$

$$W = 60 \times 10 \times \cos 180^\circ = 60 \times 10 \times (-1) = -600 \text{ J}$$

۴۹ | ۴ با توجه به پابستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{\text{چون گلوله را از ارتفاع h رها کرده‌ایم پس } K_1 = 0 \text{ می‌باشد.}}$$

$$U_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2 = 3K_2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{3} U_2} U_1 = U_2 + \frac{1}{3} U_2$$

$$\Rightarrow U_1 = \frac{4}{3} U_2 \Rightarrow mgh = \frac{4}{3} mg(h - \Delta h) \Rightarrow h = \frac{4}{3} h - \frac{4}{3} \Delta h$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \Delta h = \frac{4}{3} h - h \Rightarrow \frac{4}{3} \Delta h = \frac{1}{3} h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{4}$$

۵۰ | ۱ در حین سقوط، تنها دو نیروی وزن و مقاومت هوا به جسم

وارد می‌شوند. نیروی وزن در جهت جابه‌جایی است، پس کارش مثبت، اما نیروی مقاومت هوا چون در خلاف جهت جابه‌جایی است، پس کارش منفی

است، در نتیجه طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow 50 - 20 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} v_2^2\right) - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \times 5^2\right)$$

$$\Rightarrow 30 = \frac{1}{20} v_2^2 - \frac{25}{20} \Rightarrow v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



۶۲ ۳ به جز عبارت (ب)، بقیه عبارت‌ها درست هستند.

بررسی هر چهار عبارت:

(آ) مطابق اصل آفبا، آخرین الکترون در اتم نخستین عنصر ساخت بشر (Tc) وارد زیرلایه $4d$ می‌شود که اعداد کوانتومی آن به صورت $l=2$ و $n=4$ است: $4d^5 [Kr] 4s^2 4p^6$ ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها (ب) انتقال الکترون از لایه پایین‌تر (نزدیک به هسته) به لایه بالاتر (دورتر از هسته)، انرژی جذب می‌کند. بنابراین می‌توان گفت: انتقال الکترون از $n=2$ به $n=6$ در مقایسه با انتقال الکترون از $n=3$ به $n=5$ ، انرژی بیشتری جذب می‌کند.

(پ) به آرایش الکترونی اتم دو عنصر Ca و Ne توجه کنید:

$${}_{10}Ne: 1s^2 2s^2 2p^6 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون های با } l=1}{\text{شمار الکترون های با } l=0} = \frac{6}{4} = 1.5$$

$${}_{20}Ca: 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 \Rightarrow \frac{\text{شمار الکترون های با } l=1}{\text{شمار الکترون های با } l=0} = \frac{12}{8} = 1.5$$

(ت) بدون شرح!

۶۳ ۳ به جز عبارت سوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

مولکول‌های CO پس از اتصال به هم‌گلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند و این ویژگی باعث مسمومیت فرد می‌شود.

۶۴ ۱ ارتفاع لایه تروپوسفر (۱۰ تا ۱۲ کیلومتر) در حدود ۲٪ ارتفاع هواکره (۵۰۰ کیلومتر) است.

۶۵ ۲ مطابق ساختارهای زیر هر کدام از اتم‌های X و Y به ترتیب دارای ۴ و ۵ الکترون ظرفیتی بوده و در گروه‌های ۱۴ و ۱۵ جدول جای دارند:



۶۶ ۲ گازهای a, b, c و d به ترتیب نیتروژن، هلیم، آرگون و کربن‌دی‌اکسید هستند.

۶۷ ۴ هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

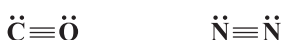
بررسی عبارت‌ها:

• گاز CO همانند گاز نجیب Ar که در پتروشیمی شیراز به دست می‌آید، بی‌رنگ است.

• گاز CO همانند گاز نجیب He که برای خنک کردن دستگاه MRI استفاده می‌شود، بی‌بو است.

• با توجه به این‌که چگالی گاز CO کم‌تر از هوا است، درستی این عبارت بدیهی است.

• ساختار لوویس گاز CO و گاز N_2 (فراوان‌ترین گاز هواکره) به صورت زیر است:



۵۶ ۴ عنصرهای ۹۱، ۹۲ و ۹۳م جدول تناوبی، هر سه متعلق به دسته f هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عنصر ۳۸م جدول برخلاف A ۳۹ متعلق به دسته s است.

(۲) عنصر ۷۲م جدول برخلاف X ۷۱ متعلق به دسته d است.

(۳) عنصر ۲۱م جدول برخلاف D ۲۰ متعلق به دسته d است.

۵۷ ۱ انرژی نور با دمای آن رابطه مستقیم دارد. انرژی نور آبی بیشتر

از نور زرد و انرژی نور زرد نیز بیشتر از نور قرمز است.

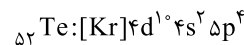
۵۸ ۴ هر مول از ترکیب‌های سدیم نیتريد (Na_3N) و منیزیم

نیتريد (Mg_3N_2) به ترتیب شامل ۴ و ۵ مول یون هستند.

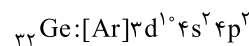
$$Mg_3N_2: \frac{\text{جرم فلز}}{\text{جرم نیتروژن}} = \frac{3 \times 24}{2 \times 14} = 2.57$$

۵۹ ۴ بررسی چهار مورد:

(آ) اتم Te دارای ۶ الکترون ظرفیتی است:

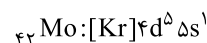


(ب) شمار الکترون‌های با $n+1=5$ یعنی $3d$ و $4p$ در اتم Ge برابر با ۱۲ است:

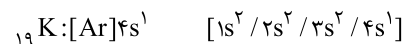


(پ) در کاتیون Sc^{3+} ، ۶ الکترون با $l=0$ (زیرلایه s) وجود دارد.

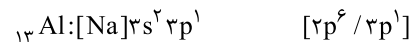
(ت) بیرونی‌ترین زیرلایه اتم Mo ۴ شامل ۱ الکترون است:



۶۰ ۱ هفتمین عنصر دسته s همان K ۱۹ است:



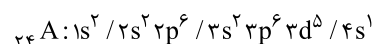
هفتمین عنصر دسته p همان Al ۱۳ است:



تفاوت دو عدد ۱۹ و ۱۳ برابر با ۶ بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم Cr ۲۴ به عنوان چهارمین عنصر دسته d نیز برابر با ۶ است.

۶۱ ۳ تنها حالتی که می‌توان برای عنصر A در نظر گرفت این است

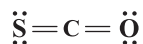
که اتم این عنصر دارای ۷ الکترون با $l=0$ ، ۱۲ الکترون با $l=1$ و ۵ الکترون با $l=2$ باشد:



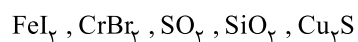
$$Z + (\text{شماره گروه}) + (\text{شماره دوره}) = 24 + 4 + 6 = 34$$



در مولکول SCO چهار جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد:

در هر کدام از مولکول‌های پیشنهادشده به جز NOCl، چهار جفت الکترون
پیوندی وجود دارد:

فرمول‌های شیمیایی مورد نظر عبارتند از: ۱ ۶۹



عبارت‌های اول و آخر درست هستند. ۳ ۷۰

بررسی عبارت‌های نادرست:

- آثار زیان‌بار باران اسیدی بر روی پوست، دستگاه تنفس و چشم‌ها به سرعت قابل تشخیص است.
- با حل شدن گاز NO_4 در آب باران، HNO_4 تولید می‌شود.